空間混合モデルに対する参照信号を用いるロバスト固有ベクトルアルゴリズム

○ 河本　満 * 　河野　清尊 ** 　井上　雄二郎 **
* 産業技術総合総合研究所　** 島根大学

Robust Eigenvector Algorithms for Instantaneous Mixtures using Reference Signals

○ Mitsuru Kawamoto* , Kiyotaka Kohno** and Yujiro Inouye**
*AIST
**Shimane University

Abstract: TThis paper presents an eigenvector algorithm (EVA) derived from a criterion using reference signals, in which the EVA is applied to the blind source separation (BSS) of instantaneous mixtures. The proposed EVA works such that source signals are simultaneously separated from their mixtures. This is a new result, which has not been clarified by the conventional researches. Moreover, by modifying the criterion, the corresponding EVA which is robust to Gaussian noise is derived. Simulation results show the validity of the proposed EVAs.

1. はじめに

本研究では，空間的混合モデルに対するブラインド信号分離 (Blind Source Separation，以下 BSS と略す) 問題を取り上げ，参照信号（Reference signals）を用いた固有ベクトルアルゴリズム (Eigenvector Algorithm，以下，EVA と略す) で，BSS 問題を解くことを考える．

参照信号の考え方を BSS 関連の問題に適用した例は，著者が知っている限りでは，Jelonnek ら [3] の研究と Adib ら [1] の研究だけである．Jelonnek らは，参照信号を用いた EVA を提案しているが，単一入力信号に対する時間的混合モデル (Infinite Impulse Response Channel) のブラインド等化器 (Blind Equalizer) をつくるためのものである．Adib らは参照信号を含んだ評価関数を提案し，その提案した評価関数から BSS 問題が解けることを示しているが，提案した評価関数からアルゴリズムを導出するということは行っていない．

本研究では，多入力多出力の空間的混合モデルに対して，参照信号を用いた EVA を提案する．提案する EVA はすべての源信号が一度に分離できる能力が備わっているばかりでなく，ガウスノイズが空間的混合モデルの出力信号（観測信号）に混入していたとしても，空間的混合モデルの逆モデルが，ノイズの影響をできるだけ受けずに，推定できる．これらのことが従来の参照信号を用いる EVA 関連の研究にはない、本研究の独創的かつ新奇なところである．

2. 問題設定

本稿では，以下の n 入力 m 出力システムを考える．

$$\boldsymbol{y}(t)=\boldsymbol{H}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{n}(t), \tag{1}$$

$\boldsymbol{y}(t)=[y_1(t),y_2(t),\cdots,y_m(t)]^T$ は観測信号，$\boldsymbol{H}$ は $m\times n$ の混合行列，$\boldsymbol{s}(t)=[s_1(t),s_2(t),\cdots,s_n(t)]^T$ は源信号，$\boldsymbol{n}(t)=[n_1(t),n_2(t),\cdots,n_m(t)]^T$ はガウスノイズを表している．

式 (1) に示しているように，観測信号 $\boldsymbol{y}(t)$ には，ノイズが混在している．観測信号にノイズが混在しているときに，観測信号から源信号を推定する問題は，従来から取り上げられているが，その結果を見ると，ノイズの影響を受けるために，ノイズの SNR レベル (dB) が小さくなるにつれて，つまり，源信号の振幅にノイズの振幅が近づくにつれて，観測信号から源信号を分離することが難しくなる，つまり，混合フィルタ (式 (1) では，$\boldsymbol{H}$) の逆フィルタを推定することが難しくなることが示されている [2, 4]．(ただし，論文 [2, 4] には，単一入力単一出力の時間フィルタに対するブラインド等化の問題を取り上げた結果が載っている)．

そこで，本研究では，観測信号にノイズが含まれていたとしても，混合行列 $\boldsymbol{H}$ の (擬似) 逆行列は，ノイズの影響をできるだけ受けずに，推定できることを示す．このことが，本稿で主張したい新奇な点の１つである．混合行列 $\boldsymbol{H}$ の (擬似) 逆行列推定の目的を達成するために，観測信号に対して，以下の n 個のフィルタ $\boldsymbol{w}_l (l=1,2,\cdots,n)$ を適用することを考える．

$$z_l(t)=\boldsymbol{w}_l^T\boldsymbol{y}(t),\quad l=1,2,\cdots,n, \tag{2}$$

$z_l(t)$ は，フィルタ $\boldsymbol{w}_l$ の出力信号である．このとき，式 (1) を (2) に代入すると次式が得られる．

$$\begin{aligned} z_l(t)&=\boldsymbol{w}_l^T\boldsymbol{H}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{w}_l^T\boldsymbol{n}(t)\\ &=\boldsymbol{g}_l^T\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{w}_l^T\boldsymbol{n}(t),\quad l=1,2,\cdots,n, \end{aligned} \tag{3}$$

$\boldsymbol{g}_l=[g_{l1},g_{l2},\cdots,g_{ln}]^T:=\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{w}_l$．従って，混合行列 $\boldsymbol{H}$ の (擬似) 逆行列を推定するということは，以下の条件を満足する $\tilde{\boldsymbol{w}}_l$ $(l=1,2,\cdots,n)$ を求めることになる．

$$\tilde{\boldsymbol{g}}_l=\boldsymbol{H}^T\tilde{\boldsymbol{w}}_l=\tilde{\boldsymbol{\delta}}_l,\quad l=1,2,\cdots,n, \tag{4}$$

$\tilde{\boldsymbol{\delta}}_l$ は，ある１つの要素を除いてすべてゼロの要素をもつベクトルである．つまり，$\tilde{\delta}_{lr}$ $(r=1,2,\cdots,n)$ を $\tilde{\boldsymbol{\delta}}_l$ の要素とし，ある ρ_l 番目の要素が非零とすると，$c_l\delta(r-\rho_l)$, $r=1,2,\cdots,n$ となる．ここで，$\delta(t)$ はクロネッカのデルタ関数で，c_l は非零の定数を表している．$\{\rho_1,\rho_2,\cdots,\rho_n\}$ は，1 から n までのある並び替えによって与えれる整数値である．

3. ロバスト EVA

式 (4) を満足する $\boldsymbol{w}_l$ を求めるために，参照信号を活用する [1, 3]（図１参照）．そして，次式で定義される 4 次相互キュムラントを利用する．

$$|C_{zx}|=|\mathrm{cum}\{z_l(t),z_l(t),x(t),x(t)\}| \tag{5}$$

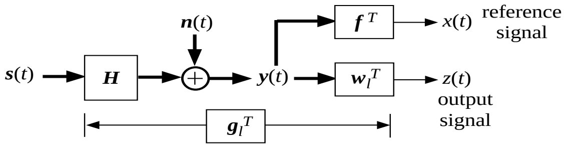

Fig.1　The composite system of an unknown system and a filter, and reference system.

但し，$x(t)$ は参照信号であり (図 1 参照)，$x(t) = \boldsymbol{f}^T\boldsymbol{y}(t) = \boldsymbol{f}^T\boldsymbol{H}\boldsymbol{s}(t) = \boldsymbol{a}^T\boldsymbol{s}(t)$ によって与えられる．($\boldsymbol{a}^T := \boldsymbol{f}^T\boldsymbol{H}$はベクトルで，その要素は$a_1$,$a_2$,$\cdots$,$a_n$である．) さらに，次式で定義される 4 次相互キュムラントも用いる．

$$|C_{zy}| = |\sum_{i=1}^{m}\mathrm{cum}\{z_l(t), z_l(t), y_i(t), y_i(t)\}| \quad (6)$$

ここで，式 (5) は，

$$C_{zx} = \boldsymbol{w}_l^T\boldsymbol{C}_{yx}\boldsymbol{w}_l, \qquad (7)$$

と変形することができる．$\boldsymbol{C}_{yx}$ は，$m \times m$ 行列で，その (i,j) 要素は，$\mathrm{cum}\{y_i(t),y_j(t),x(t),x(t)\}$によって与えられ，さらに，$\boldsymbol{C}_{yx}$ は次式のように変形することができる．

$$\boldsymbol{C}_{yx} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{H}^T, \qquad (8)$$

但し，$\boldsymbol{\Lambda}$は，対角行列で，その要素は，$a_i^2\gamma_i$ ($i = 1$,2,$\cdots$,n) である．γ_i は，源信号 $s_i(t)$ の 4 次キュムラントを表している．また，式 (6) は，

$$C_{zy} = \boldsymbol{w}_l^T\boldsymbol{Q}\boldsymbol{w}_l \qquad (9)$$

と変形することができる．但し，$\boldsymbol{Q}$は，$m \times m$ 行列で，

$$\boldsymbol{Q} = \sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{y},i}^{(4)}, \qquad (10)$$

によって計算される．$\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{y},i}^{(4)}$ は，$m \times m$ の 4 次キュムラント行列で，その (q,r) 要素は，次式によって計算することができる．

$$[\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{y},i}^{(4)}]_{q,r} = \mathrm{cum}\{y_q(t), y_r(t), y_i(t), y_i(t)\}, \quad (11)$$

さらに，$\boldsymbol{Q}$は次式のように変形できる．

$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{H}\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}\boldsymbol{H}^T, \qquad (12)$$

但し，$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}$は，次式に示す対角行列である．

$$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}} := \mathrm{diag}\{\gamma_1\tilde{a}_1, \gamma_2\tilde{a}_2, \cdots, \gamma_n\tilde{a}_n\} \qquad (13)$$

$$\tilde{a}_r := \sum_{i=1}^{m}h_{ir}^2, \quad r = 1, 2, \cdots, n, \qquad (14)$$

$\mathrm{diag}\{\cdots\}$ は，$\{\cdots\}$ の中にある値を要素として持つ対角行列を表している．

ここで，式 (5) と式 (6) を用いて，$|C_{zy}| = 1$ という条件の下で，$|C_{zx}|$ を最大化する問題を考える．このとき，ラグランジェの未定乗数法を用いると，この問題から次式で与えられる一般化固有値問題を導くことができる．

$$\boldsymbol{C}_{yx}\boldsymbol{w}_l = \lambda\boldsymbol{Q}\boldsymbol{w}_l \qquad (15)$$

そして，式 (15) をもとにして，次式 (16) の固有値問題を考えると，$\boldsymbol{Q}^{\dagger}\boldsymbol{C}_{yx}$ の固有値に対する固有ベクトルは，式 (4) を満足するフィルタ$\tilde{\boldsymbol{w}}_l$ になることが以下の定理で保証される．

$$\boldsymbol{Q}^{\dagger}\boldsymbol{C}_{yx}\boldsymbol{w}_l = \lambda\boldsymbol{w}_l \qquad (16)$$

$\dagger$ は，擬似逆行列演算子を表している．

定理 1 参照信号を与えるベクトル$\boldsymbol{a}$の要素 a_i と式 (14) の $\tilde{a}_r$ で計算される $a_i^2/\tilde{a}_i^2$, $i = 1$,2,$\cdots$,n の値がすべて非零で異なると仮定する．このとき，$\boldsymbol{Q}^{\dagger}\boldsymbol{C}_{yx}$ の n 個の非零の固有値に対する n 個の固有ベクトルは，式 (4) を満足する求めたい解$\tilde{\boldsymbol{w}}_l$，$l = 1$,2,$\cdots$,n になる．

定理 1 の証明 式 (8) と式 (12)，そして擬似逆行列の性質を用いると，式 (16) は，

$$\boldsymbol{H}^{T\dagger}\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{w}_l = \lambda\boldsymbol{w}_l. \qquad (17)$$

となる．左から両辺に$\boldsymbol{H}^T$ をかけ，もう 1 度擬似逆行列の性質を使うと，式 (17) は，

$$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{w}_l = \lambda\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{w}_l \qquad (18)$$

となる．式 (18) の右辺にある行列$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}$が対角行列で，その要素 $a_i^2/\tilde{a}_i^2$, $i = 1$,2,$\cdots$,n は，すべて非零で異なっているということに注意すると，もし $\boldsymbol{g}_l := \boldsymbol{H}^T\boldsymbol{w}_l \neq 0$ となっていれば，式 (18) から得られる固有ベクトル$\boldsymbol{g}_l$ は，式 (4) を満足するベクトル$\tilde{\boldsymbol{g}}_l$ になることがわかる．つまり，式 (16) から求まる行列$\boldsymbol{Q}^{\dagger}\boldsymbol{C}_{yx}$ の n 個の非零固有値に対する n 個の固有ベクトルは，式 (4) を満足するベクトル $\tilde{\boldsymbol{w}}_l$，$l = 1$,2,$\cdots$,n となる．

4. 議論および結論

行列$\boldsymbol{Q}^{\dagger}\boldsymbol{C}_{yx}$ は，4 次キュムラントのみから計算される．従って，この行列から求まる固有ベクトルは，ガウスノイズの影響をできるだけ受けずに，計算することができる．このことが本手法 (16) の 1 つの特徴である．このような性質を持っていることから，本手法をロバスト *EVA* (*Robust Eigenvector Algorithm, REVA*) と呼んでいる．

対角行列$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}$と$\boldsymbol{\Lambda}$には，源信号の 4 次キュムラント γ_i が含まれているが，式 (18) から，$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}$を計算することになるので，本手法では，$\gamma_i$ は相殺されることが分かる．従って，源信号に，γ_i の符号が異なったもの，つまり，Super-Gaussian 信号や Sub-Gaussian 信号が含まれていたとしても，本手法 (16) はうまく働く．

さらに，対角行列$\tilde{\boldsymbol{\Lambda}}^{-1}\boldsymbol{\Lambda}$の対角要素，$a_i^2/\tilde{a}_i^2$，$i = 1$,2,$\cdots$,$n$ が，すべて非零で異なっているとすれば，本手法 (16) は，一度にすべての解，$\tilde{\boldsymbol{w}}_l$，$l = 1$,2,$\cdots$,n を求めることができる．

本稿では，以上のような新奇な性質をもったREVA を提案した．REVA の検証については，発表時に計算機シミュレーション結果を示す．

参考文献

1) A. Adib, E. Moreau, and D. Aboutajdine, "Source Separation Contrasts Using a Reference Signal," *IEEE Signal Processing Letters*, Vol. 11, No. 3, pp. 312-315, March 2004.

2) S. Fiori, "Fast fixed-point neural blind-deconvolution algorithm," *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 15, no. 2, pp. 455-459, Mar. 2004.

3) B. Jelonnek and K. D. Kammeyer, "A closed-form solution to blind equalization," *Signal Processing*, 36(3), pp. 251-259, 1994.

4) O. Shalvi and E. Weinstein, "Super- exponential methods for blind deconvolution," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 39, no. 2, pp. 504-519, Mar. 1993.