

分光器設計のための演習問題

- ① 格子定数 d の回折格子に垂直に平面波で波長 λ の光が入射した。このとき、1 次スペクトルの反射角を β とし、 d , λ , β の関係式を求めよ。また、具体的に $d=1/150\text{mm}$, $1/300\text{mm}$, $1/600\text{mm}$, $\lambda=4000\text{\AA}$, 6000\AA , 8000\AA の場合の反射角 β を求めよ。

d , λ , β の関係式：

| 反射角 β | $\lambda=4000\text{\AA}$ | $\lambda=6000\text{\AA}$ | $\lambda=8000\text{\AA}$ |
|--------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $\beta=$ | $\beta=$ | $\beta=$ |
| $d=1/300\text{mm}$ | $\beta=$ | $\beta=$ | $\beta=$ |
| $d=1/600\text{mm}$ | $\beta=$ | $\beta=$ | $\beta=$ |

- ② ①の問題で回折格子が平面であるとする。0 次、1 次、2 次、…とスペクトルの次数が高くなるにつれて反射光が弱くなっていく。そこで、回折格子を傾き角 θ の鋸歯状にして、ある次数のスペクトルの反射効率が一番高くなるようにすることがある。このとき傾き角 θ をブレイズ角と言ひ、このような回折格子をブレイズド回折格子と言う。①の問題で $\lambda=6000\text{\AA}$ の光の 1 次スペクトルの反射効率が一番高くなるにはブレイズ角 θ をいくりにすればよいか。 β と θ の関係式を書き、具体的に $d=1/150\text{mm}$, $1/300\text{mm}$, $1/600\text{mm}$ 場合について計算せよ。

β と θ の関係式：

| $\lambda=6000\text{\AA}$ | ブレイズ角 θ |
|--------------------------|----------------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $\theta=$ |
| $d=1/300\text{mm}$ | $\theta=$ |
| $d=1/600\text{mm}$ | $\theta=$ |

- ③ 格子定数 d の回折格子に、垂直から入射角 α の方向から平面波で波長 λ の光が入射した。このとき 1 次スペクトル反射角を β とし、 d , λ , α , β の関係式を求めよ。また、1 次スペクトルの反射効率が一番高くなるにはブレイズ角 θ をいくりにすればよいか。ブレイズ角 θ を求める計算式も書け。

d , λ , α , β の関係式：

ブレイズ角 θ の計算式：

- ④ 格子定数 d の回折格子に垂直から 45° の方向から (つまり入射角 $\alpha=45^\circ$ の) 平面波で波長 λ の光が入射した。このとき 0 次のスペクトルは反射角 45° の方向に反射する。そこで、0 次のスペクトルと 1 次のスペクトルのずれ角を r (つまり反射角 $\beta=45^\circ - r$) として、 d, λ, r の関係式を求めよ。また、具体的に $d=1/150\text{mm}, 1/300\text{mm}, 1/600\text{mm}, \lambda=4000\text{\AA}, 6000\text{\AA}, 8000\text{\AA}$ の場合のずれ角 r を求めよ。

d, λ, r の関係式 :

| ずれ角 r | $\lambda=4000\text{\AA}$ | $\lambda=6000\text{\AA}$ | $\lambda=8000\text{\AA}$ |
|--------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $r=$ | $r=$ | $r=$ |
| $d=1/300\text{mm}$ | $r=$ | $r=$ | $r=$ |
| $d=1/600\text{mm}$ | $r=$ | $r=$ | $r=$ |

- ⑤ 格子定数 d の回折格子に入射角 $\alpha=45^\circ+i$ の方向から平面波で波長 λ の光が入射した。このとき 0 次のスペクトルは反射角 $45^\circ+i$ の方向に反射する。そこで、反射角 45° の方向からのずれ角 r が i と等しい (つまり反射角 $\beta=45^\circ - i$) として、 d, λ, i の関係式を求めよ。また、具体的に $d=1/150\text{mm}, 1/300\text{mm}, 1/600\text{mm}, \lambda=6000\text{\AA}$ の場合の角度 i それぞれ $i_{150}, i_{300}, i_{600}$ を求めよ。なお、この場合の角度 i は回折格子の 45° からの傾き角に相当する。

d, λ, i の関係式 :

| 格子定数 d | 回折格子の傾き角 i |
|--------------------|--------------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $i_{150}=$ |
| $d=1/300\text{mm}$ | $i_{300}=$ |
| $d=1/600\text{mm}$ | $i_{600}=$ |

- ⑥ ⑤の問題で $\lambda=6000\text{\AA}$ の光の 1 次スペクトルの反射効率を一番高くするにはブレイズ角 θ をいくりにすればよいか。回折格子の傾き角 i とブレイズ角 θ の関係式を書き、具体的に $d=1/150\text{mm}, 1/300\text{mm}, 1/600\text{mm}$ 場合について計算せよ。

回折格子の傾き角 i とブレイズ角 θ の関係式 :

| $\lambda=6000\text{\AA}$ | ブレイズ角 θ |
|--------------------------|----------------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $\theta=$ |
| $d=1/300\text{mm}$ | $\theta=$ |
| $d=1/600\text{mm}$ | $\theta=$ |

- ⑦ 格子定数 d の回折格子に入射角 $\alpha=45^\circ+i$ の方向から平面波で波長 λ の光が入射した。このとき 0 次のスペクトルは反射角 $45^\circ+i$ の方向に反射する。そこで、反射角 45° の方向からのずれ角を r (つまり反射角 $\beta=45^\circ-r$) とし、 d, λ, r, i の関係式を求めよ。また、 i が⑤で求めた $i_{150}, i_{300}, i_{600}$ とし、具体的に $d=1/150\text{mm}, 1/300\text{mm}, 1/600\text{mm}, \lambda=4000\text{\AA}, 8000\text{\AA}$ の場合のずれ角 r を求めよ。

d, λ, r, i の関係式：

| ずれ角 r | $\lambda=4000\text{\AA}$ | $\lambda=8000\text{\AA}$ |
|--------------------|--------------------------|--------------------------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $r=$ | $r=$ |
| $d=1/300\text{mm}$ | $r=$ | $r=$ |
| $d=1/600\text{mm}$ | $r=$ | $r=$ |

- ⑧ 平行光線が焦点距離 f のレンズの光軸と角 α だけ傾いて入射し、焦点面上に長さ y の実像を結ぶとすると、 $y=f\tan\alpha$ の関係が成立する。本分光器のカメラレンズに $f=40\text{mm}$ の接眼鏡を流用するとして具体的に $d=1/150\text{mm}, 1/300\text{mm}, 1/600\text{mm}, \lambda=4000\text{\AA}, 8000\text{\AA}$ の場合、その波長の実像ができる位置 y を求めよ。なお、この場合レンズの光軸と光線がなす角は $\alpha=r-i$ となり、 i は⑤で求めた $i_{150}, i_{300}, i_{600}$ である。また、**実像の長さ y は当然 CCD のサイズより小さくしなければならない。**

BJ51L の CCD サイズ：8.8mm×6.6mm

| 実像の長さ y | $\lambda=4000\text{\AA}$ | $\lambda=8000\text{\AA}$ |
|--------------------|--------------------------|--------------------------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $y=$ | $y=$ |
| $d=1/300\text{mm}$ | $y=$ | $y=$ |
| $d=1/600\text{mm}$ | $y=$ | $y=$ |

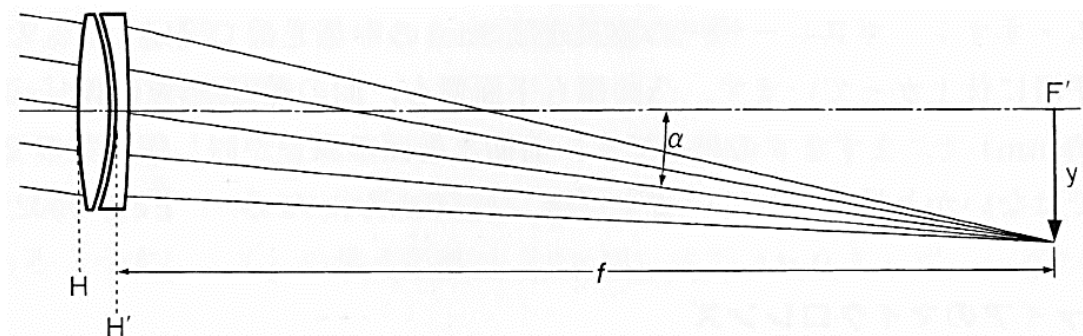


図1 平行光線が焦点距離 f のレンズの光軸と角 α だけ傾いて入射し、焦点面上に長さ y の実像を結ぶ場合 (吉田正太郎著 新版屈折望遠鏡光学入門)。

- ⑨ 問題⑧では BJ51L の CCD を仮定した。もしデジタル一眼レフが利用できれば CCD サイズは 22.5mm×15.0mm となる。この場合、カメラレンズを $f = 40\text{mm}$ にするとして、どこまで観測可能となるか。

| 実像の長さ y | $\lambda = 4000\text{\AA}$ (観測の可否) | $\lambda = 8000\text{\AA}$ (観測の可否) |
|----------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| $d = 1/150\text{mm}$ | | |
| $d = 1/300\text{mm}$ | | |
| $d = 1/600\text{mm}$ | | |

- ⑩ 分光器のコリメータレンズとカメラレンズの焦点距離を等しく $f = 40\text{mm}$ とすると、望遠鏡の焦点面上の天体の実像と分光器の焦点面上の天体の実像の大きさは等しくなる。したがって、望遠鏡の焦点面に置く分光器のスリット幅 Δy によってスペクトルの分解能 $R = \lambda/\Delta\lambda$ が決まることになる。ここで、 $\Delta\lambda$ は波長分解能である。⑧の関係式より $\Delta y = f \tan \Delta r$ であるから、 $\Delta r = \tan^{-1}(\Delta y/f)$ が成立する。ここで、スリット幅を $\Delta y = 15\mu\text{m}$ とし、⑦で求めた d , λ , r , i の関係式に⑤で求めた i_{150} , i_{300} , i_{600} を代入して、 $\lambda = 6000\text{\AA}$ の場合の波長分解能 $\Delta\lambda$ とスペクトルの分解能 R を求めよ。

波長分解能 $\Delta\lambda$ の計算式：

| スリット幅 $\Delta y = 15\mu\text{m}$ | 波長分解能 $\Delta\lambda$ | スペクトルの分解能 R |
|----------------------------------|-----------------------|---------------|
| $d = 1/150\text{mm}$ | $\Delta\lambda =$ | $R =$ |
| $d = 1/300\text{mm}$ | $\Delta\lambda =$ | $R =$ |
| $d = 1/600\text{mm}$ | $\Delta\lambda =$ | $R =$ |

- ⑪ 分光器のスペクトルの分解能が R の場合、ドップラー効果を利用してその分光器で検出可能な視線速度 v は光の速さを c とすると、 $v = c/R$ となる。⑩で求めた分解能 R を用いて、 $d = 1/150\text{mm}$, $1/300\text{mm}$, $1/600\text{mm}$, $\lambda = 6000\text{\AA}$ の場合検出可能な視線速度 v を求めよ。ただし、 $c = 3.0 \times 10^5 \text{ km/s}$ とせよ。

| スリット幅 $\Delta y = 15\mu\text{m}$ | 検出可能な視線速度 v |
|----------------------------------|---------------|
| $d = 1/150\text{mm}$ | $v =$ |
| $d = 1/300\text{mm}$ | $v =$ |
| $d = 1/600\text{mm}$ | $v =$ |

- ⑫ 主な天体現象の代表的速度は以下のとおりである。スリット幅を $\Delta y = 15\mu\text{m}$ とし、 $d=1/150\text{mm}$, $1/300\text{mm}$, $1/600\text{mm}$, $\lambda=6000\text{\AA}$ の場合、これらの天体の運動が本分光器で検出可能か⑪の結果に基づいて評価せよ。

| 天体現象 | $d=1/150\text{mm}$ | $d=1/300\text{mm}$ | $d=1/600\text{mm}$ |
|-------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 超新星爆発： 10^4 km/s | | | |
| 新星： $3 \times 10^3\text{ km/s}$ | | | |
| O型星の星風： $2 \times 10^3\text{ km/s}$ | | | |
| 銀河回転： $3 \times 10^2\text{ km/s}$ | | | |
| 高速回転星： $2 \times 10^2\text{ km/s}$ | | | |

- ⑬ 分光観測によって電離雲(散光星雲、惑星状星雲、超新星残骸)の電子密度 N_e や電子温度 T_e を測定する手法を分光診断法という。例えば、 $\lambda=6717\text{\AA}$, 6731\AA の[S II] (1階電離した硫黄)の禁制線の強度比から電離雲の電子密度 N_e を求める観測が有名である。スリット幅を $\Delta y = 15\mu\text{m}$ として、本分光器を用いてこの分光診断が可能かどうか評価せよ。なお、計算において波長は $\lambda=6717\text{\AA}$, 6731\AA の平均を用いよ。

| スリット幅 $\Delta y = 15\mu\text{m}$ | 波長分解能 $\Delta\lambda$ | 分光診断の可否 |
|----------------------------------|-----------------------|---------|
| $d=1/150\text{mm}$ | $\Delta\lambda=$ | |
| $d=1/300\text{mm}$ | $\Delta\lambda=$ | |
| $d=1/600\text{mm}$ | $\Delta\lambda=$ | |

- ⑭ 天体望遠鏡の倍率 m は、天体が無限遠にあり人間の目のピントが無限遠にあっているとすると、望遠鏡の対物レンズの焦点距離を f_a 、接眼鏡の焦点距離を f_b とした場合 $m = f_a/f_b$ で与えられる。接眼鏡の焦点距離を $f_b=40\text{mm}$ とし、米子高専科学部が使用できる天体望遠鏡 Meade10^{インチ}, VC200L, FS128, ED81S の倍率 m を計算せよ。

| 天体望遠鏡 | 焦点距離 f_a | 倍率 m |
|------------------------|---------------------|--------|
| Meade10 ^{インチ} | $f_a=2500\text{mm}$ | $m=$ |
| VC200L | $f_a=1800\text{mm}$ | $m=$ |
| FS128 | $f_a=1040\text{mm}$ | $m=$ |
| ED81S | $f_a=625\text{mm}$ | $m=$ |

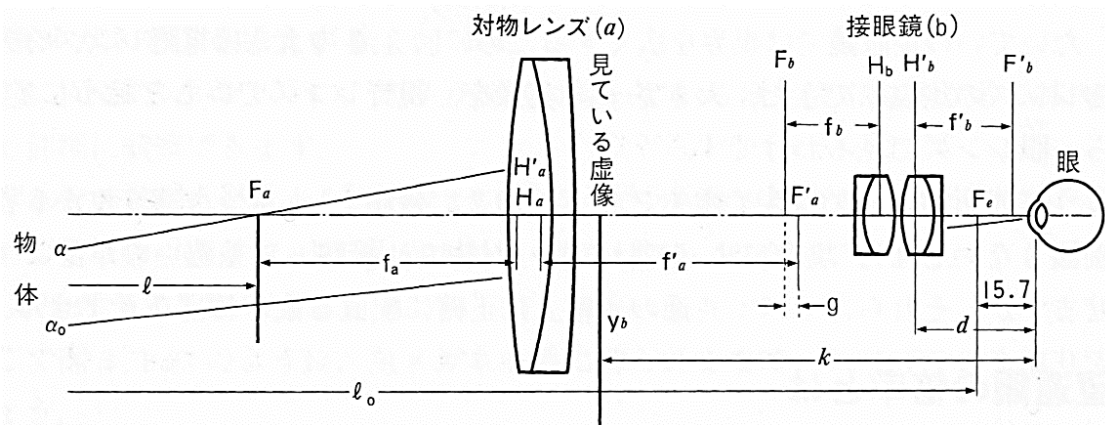


図2 天体望遠鏡の倍率 m は、望遠鏡の対物レンズの焦点距離を f_a 、接眼鏡の焦点距離を f_b とした場合 $m = f_a/f_b$ で与えられる（吉田正太郎著 新版屈折望遠鏡光学入門）。

- ⑮ 天体望遠鏡の射出瞳 p は、望遠鏡の対物レンズの口径を Φ 、倍率を m とした場合 $p = \Phi/m$ で与えられる。⑧の接眼鏡 $f_b=40\text{mm}$ をコリメータレンズに使ったとして、米子高専科学部が使用できる天体望遠鏡 Meade10^{インチ}、VC200L、FS128、ED81S の射出瞳 p を計算せよ。なお、**回折格子の大きさは当然射出瞳 p より大きくなければならない。**

| 天体望遠鏡 | 口径 Φ | 射出瞳 p |
|------------------------|---------------------|---------|
| Meade10 ^{インチ} | $\Phi=254\text{mm}$ | $p=$ |
| VC200L | $\Phi=200\text{mm}$ | $p=$ |
| FS128 | $\Phi=128\text{mm}$ | $p=$ |
| ED81S | $\Phi=81\text{mm}$ | $p=$ |

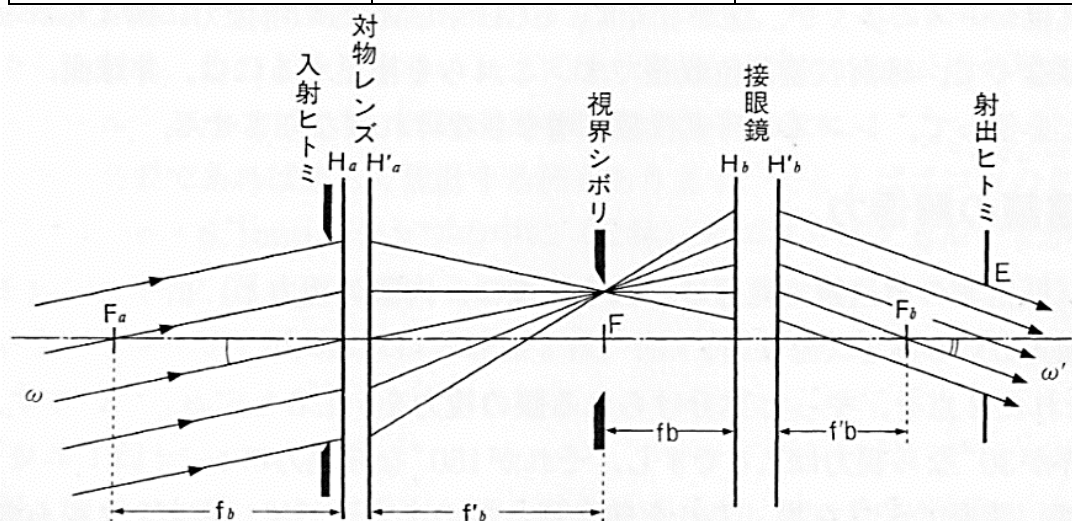


図3 天体望遠鏡の射出瞳 p は、望遠鏡の対物レンズの口径を Φ 、倍率を m とした場合 $p = \Phi/m$ で与えられる（吉田正太郎著 新版屈折望遠鏡光学入門）。