# 数学物語

No.7 2019年2,3月
発行・数学同好会

## １月の活動報告

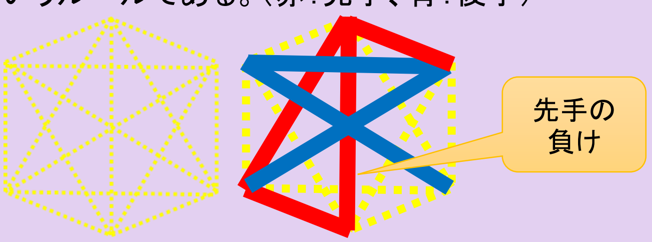
〇高専シンポジウム in Oyama
日時：1月26日(土)
場所：小山高専

会長がポスター発表賞受賞！

高専シンポジウムでポスター発表を行いました。
これまで自分たちが研究してきたことを発表すると興味を持ってくださったり応援してくださった人がいて、とても嬉しかったです。また、発表を通して、たくさんの他高専の人と交流することが出来ました。そして、自分たちだけでは気付かなかったことや、新たな課題を見つけることが出来て、とても良い経験になりました。高専シンポジウムで得た経験を来年度からの研究やその他の同好会活動に生かしていきたいです。

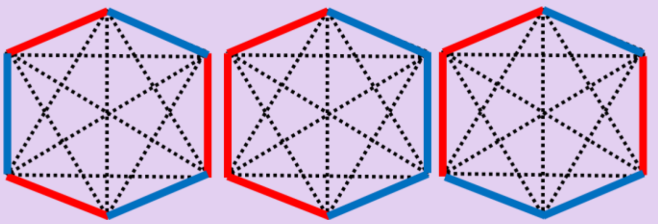
## 研究紹介

〈ラムゼイゲーム〉
ラムゼイゲームとは、2人のプレイヤーが正六角形の2頂点を端点とする線分を交互に引いていき、全ての辺が自分の線分である三角形(正六角形の3頂点からなるもの)を作った方が負けというルールである。(赤：先手、青：後手)




このゲームは、引き分けがないことと、後手必勝であることが知られている。しかし、後手の簡単な必勝戦略は分かっていない。そこで私たちは、初期条件として「あらかじめ先手と後手が周に3本ずつ引いた状態」(下記の(i)～(iii))での簡単な必勝戦略を探し結果を得ることができた。今後は他の初期条件で考えてみようと思う。

パターン (i)　パターン (ii)　パターン (iii)



後手必勝　先手必勝　先手必勝

## 先月の問題の解答

無理数は「代数的数」と「超越数」の2つに分けられる。代数的数とは、有理数係数の多項式の方程式の解となる数のことである。例えば、無理数$\sqrt{2}$は、有理数係数の多項式の方程式$x^2-2=0$の解である。よって、$\sqrt{2}$は代数的数である。しかし、$\pi$や$e$はどんな有理数係数の多項式の方程式を考えたとしても解として出てこないことが知られている。つまり、$\pi$や$e$は代数的数ではない。このような代数的数でない無理数のことを「超越数」という。無理数であることが分かっていて、それが代数的数か超越数であるかが分かっている一例を以下に挙げる。

代数的数：$\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt[3]{2}$

超越数：$\pi, e, 2^{\sqrt{2}}, \sqrt{2}^{\sqrt{2}}, \pi+e^{\pi}, \pi e^{\pi}, e^{\pi\sqrt{n}}$ ($n$:自然数)

$\sin 1, \log_{10} 2, \sum_{k=0}^{\infty}\frac{1}{2^{k!}}$

$\alpha^{\beta}$ ($\alpha$: 0,1以外の代数的数, $\beta$: 有理数でない代数的数)

(Gelfond-Schneiderの定理)

先月の問題の解答：背理法で証明する。
「$\pi+e$」と「$\pi e$」の両方が有理数であると仮定する。
すると、方程式

$$x^2-(\pi+e)x+\pi e=0$$

は、有理数係数の多項式の方程式となる。この方程式の解は、$(x-\pi)(x-e)=0$で$x=\pi, e$となり、上記の理由から代数的数になる。しかし、$\pi$や$e$は超越数なので矛盾する。ゆえに、「$\pi+e$」と「$\pi e$」の少なくとも一方は無理数である。

(上に書いた事実を知らないと難しかったかな…)