研究タイトル：

数学の逆数学的分析，文字列理論の研究

氏名：	堀畑 佳宏／HORIHATA Yoshihiro	E-mail：	horihata@yonago-k.ac.jp
職名：	講師	学位：	博士（理学）

所属学会・協会：	日本数学会，科学基礎論学会
キーワード：	逆数学，不完全性定理，文字列に関する理論，計算（不）可能性理論，理論間の翻訳
技術相談 提供可能技術：	● 数学に関する講演，出前講座：中学生，高校生，大学生，社会人を対象に，興味を持っていただけるような数学についてお話しいたします。 ● 数学基礎論全般のご相談：特に計算可能性理論や形式体系の決定可能性についての相談を受けられます。

研究内容： 数学，特に複素解析学の逆数学的分析（ 論文[2]，[3] ）

数学は公理（前提）の集まりの上に建築されていると考えられますが，ある定理に着目したとき，その証明に公理全てを使うことは殆ど無く，むしろそのほんの一部分で十分であることが大半です。そこで逆数学とは，ある定理に着目したとき，その証明に本当に必要な公理がどれであるかを特定し，その公理の強さをものさしとして数学の諸定理を分類する，言い換えると数学の世界に等高線をひくことを目的とする一プログラムです。逆数学は，数学における省エネルギーの実践とも言えます。

逆数学の研究の進展により，数学には多種多様な定理が存在するにもかかわらず，興味深いことに，その多くが高々 6 つのカテゴリーに分類されることが分かってきています。また，同じカテゴリーに分類された定理どうしに類似性を見いだせたり，歴史的に新しい定理ほどより強い公理を必要とする傾向にあることを見て取れたりします。

代表的な 4 つのカテゴリーに分類される定理の例を下の表に載せています。左列は公理体系の名前で，右側は左の公理体系に属する定理です。数学の 3 大分野（解析学，代数学，幾何学）ごとに分けて書いています。上にあがるほどより強力な公理を必要とする定理となります。赤字の定理の結果は JAIST の横山氏との共同研究の結果です。

本研究では複素解析学の基本的な定理の逆数学的分析を行っています。その上で，これまであまり重要視されてこなかった $WWKL_0$ という公理体系が複素解析学においては肝心な役割を果たすことが分かってきました。また，リーマンの写像定理に対し，与えられた領域の境界が直線や円弧からなる場合には，最も弱い公理体系 RCA_0 で証明できることを示しました。この形のリーマンの写像定理は，特異点に関するピカールの定理の証明にも応用できることから，逆数学的分析における新たな対象の開拓につながります。

公理体系	解析学の定理	代数学の定理	幾何学の定理
ACA_0	コーシー列の収束性 ボルツァノ/ワイエルシュトラスの定理 リーマンの写像定理	極大イデアルの存在 ベクトル空間の基底の存在	
WKL_0	ハイネ/ボレルの定理 最大値の原理 連続関数の可積分性 コーシーの積分定理 ジョルダン領域に対するリーマンの写像定理	素イデアルの存在 代数閉包の唯一存在	ブラウアーの不動点定理 ジョルダンの閉曲線定理 持ち上げ補題
$WWKL_0$	有界な連続関数の可積分性 ルベーグの単調収束定理 ヴィタリの被覆定理		
RCA_0	中間値の定理 平均値の定理 多角形領域に対するリーマンの写像定理	代数学の基本定理 代数閉包の存在 有限次元ベクトル空間の基底の存在	

研究内容: 文字列に関する理論と算術の理論の翻訳可能性と決定不能性(論文[1], [4])

ゲーデルの不完全性定理は，和と積を演算にもつ算術の公理体系の決定不能性，つまり任意に与えられた命題がその公理体系で証明できるかどうかを判定するアルゴリズムは存在しないこと，を証明したと解釈できます。一方，文字列の結合のみを演算としてもつ理論 TC が，2005 年にグルゼゴルジェクによって導入され，この理論にもゲーデルの不完全性定理が成り立つこと，すなわちその決定不能性が証明されました。

文字列の結合に関する理論は人間の**読み書き**の能力を，算術に関する理論は人間の**そろばん**の能力を表現した理論と捉えられます。2009 年には文字列に関する理論 TC と算術の理論 Q が互いに翻訳可能であることが証明されました。このことは，**一見異なる「読み書きの能力」と「そろばんの能力」が，実は密接な関係にある**ことを示しています。

本研究では，著者が新たに導入した，TC より非常に弱い公理体系 WTC と，タルスキらによる算術 R が互いに翻訳可能であることを証明しました。さらに日本大学の樋口氏と共同で，WTC は決定不能な理論のうち極小なものになっていることを証明しました。今後は，TC よりも強い理論と算術の関係を調べていきます。また弱い集合論の公理体系を新たに導入し，読み書きやそろばんに関する理論との翻訳関係を構築し，これらの体系を統一的に分析していきます。

担当科目	微分・積分，代数・幾何，解析 I
過去の実績	◆ **NHK 文化センター講師** 一般市民向けの数学の講座を開講(計 3 回実施) 2019 年 12 月 8 日『数学で世界を旅しよう 3』(直近) ◆ **地域交流(公開講座など)**(ほぼ同様な内容で毎年実施) ◇公開講座 ①数学とプログラミング(6/16)，②エンジョイ科学館(7/13)，③リケジョ講座 ◇数学イベント ④児童文化センター(8/19, 9/15) ⑤ふれあいの里(6/15, 12/7) ◆ **テレビ出演** 鳥取県民チャンネルコンテンツ協議会 米子高専 ***知的セミナー*** 出演 2013 年 5 月『無限を数える①』6 月『無限を数える②』7 月『身近に存在する数学』 ◆ **高専学生の研究発表会共催**(津山高専松田修先生との共催．毎年実施) 2020 年 2 月 22 日・23 日 高専生の数学研究に関する研究集会 発表 18 件 2018 年 10 月 27 日高専生の数学研究に関する研究集会 発表 9 件 ◆ **米子高専教員研究発表会主催** ***弓ヶ浜セミナー***(計 11 回実施，2020 年 3 月現在) ◆ **研究集会主催**(最近のもの) ***山陰 基礎論・解析学研究集会*** 第 7 回 2020 年 1 月 12 日 発表 9 件，参加者 15 名 @コンベンションセンター 第 6 回 2019 年 2 月 2 日 発表 5 件，参加者 12 名 @コンベンションセンター
近年の業績 (研究・教育論文，特許含む)	**学術論文【査読有り】**(他 1 件) [1] K. Higuchi and Y. Horihata, *Weak theories of concatenation and minimally essential undecidability*, Archive for Mathematical Logic, Volume 53, Issue 7-8 (2014), pp 835-853 [2] Y. Horihata and K. Yokoyama, *Nonstandard second-order arithmetic and Riemann's mapping theorem*, Annals of Pure and Applied Logic, Volume 165, Issue 2 (2014), pp 520-551 **学術論文【査読無し】** [3] 堀畑 佳宏,*弱い 2 階算術におけるリーマンの写像定理*, 数理解析研究所講究録 1832「証明論と複雑性」(2013 年 4 月), pp 19-32 [4] 堀畑 佳宏,*Concatenation の理論と本質的決定不可能性*, 数理解析研究所講究録 1729「形式体系と計算理論」(2011 年 2 月), pp 18-36 **教育論文【査読有り】**(他 3 件) [5] 竹内 彰継，堀畑 佳宏 他，*米子高専のリベラルアーツ談話会* 工学教育 66 巻, 6 号, pp 98-103 (2018) [6] 二岡 葵，堀畑 佳宏，*音楽の数学的分析(1)* 日本数学教育学会 高専・大学部会論文誌第 24 号, No 1, pp 80-87 (2018) [7] 山村 萌衣，森田 紗代，堀畑 佳宏，*ラムゼイゲームの必勝法について(1)* 日本数学教育学会 高専・大学部会論文誌，第 24 号, No 1, pp 88-98 (2018) [8] 石原 萌，島津 瑠衣，堀畑 佳宏，*任意の初期配置におけるハノイの塔について*, 日本数学教育学会 高専・大学部会論文誌，第 23 号, No 1, pp 157-166 (2017)